# Opción A

## Ejercicio 1 opción A, Suplente Septiembre 2019 (modelo 5)

Considera la función f: $(-2\pi, 2\pi) \to R$ definida por $f(x) = \dfrac{\cos(x)}{2+\cos(x)}$.

a) [1'5 puntos] Calcula sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
b) [1 punto] Halla sus máximos y mínimos relativos (abscisas en los que se obtienen y valores que alcanzan).

### Solución

Considera la función f: $(-2\pi, 2\pi) \to R$ definida por $f(x) = \dfrac{\cos(x)}{2+\cos(x)}$.

a) Calcula sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
b) Halla sus máximos y mínimos relativos (abscisas en los que se obtienen y valores que alcanzan).

Realizamos (a) y (b) juntos. La monotonía es el estudio de la 1ª derivada.

$f(x) = \dfrac{\cos(x)}{2+\cos(x)}$, observamos que el denominador no se anula nunca pues $-1 \le \cos(x) \le 1$. Además la función f dada es continua y derivable en R, en particular lo es intervalo $(-2\pi, 2\pi)$ que nos han dado.

$$f'(x) = \frac{-\operatorname{sen}(x)\cdot[2+\cos(x)] - \cos(x)\cdot(-\operatorname{sen}(x))}{(2+\cos(x))^2} = \frac{-2\operatorname{sen}(x) - \operatorname{sen}(x)\cdot\cos(x) + \cos(x)\cdot\operatorname{sen}(x)}{(2+\cos(x))^2} = \frac{-2\operatorname{sen}(x)}{(2+\cos(x))^2}$$

De f '(x) = 0 tenemos $-2\operatorname{sen}(x) = 0$, es decir $\operatorname{sen}(x) = 0$. (Recordamos que el sen(x) era la ordenada en la circunferencia goniométrica, por tanto se anula en $x = -2\pi$ (fuera del dominio), $x = -\pi$, $x = 0$, $x = \pi$ y $x = 2\pi$ (fuera del dominio), por tanto los posibles extremos de la función f tienen de abscisa $x = -\pi$, $x = 0$ y $x = \pi$.

Como $f'(-3\pi/2) = \dfrac{-\operatorname{sen}(-3\pi/2)}{(+)} = \dfrac{-1}{(+)} < 0$, **f es estrictamente decreciente** ($\searrow$) **en $(-2\pi,-\pi)$.**

Como $f'(-\pi/2) = \dfrac{-\operatorname{sen}(-\pi/2)}{(+)} = \dfrac{1}{(+)} > 0$, **f es estrictamente creciente** ($\nearrow$) **en $(-\pi,0)$.**

Como $f'(\pi/2) = \dfrac{-\operatorname{sen}(\pi/2)}{(+)} = \dfrac{-1}{(+)} < 0$, **f es estrictamente decreciente** ($\searrow$) **en $(0,\pi)$.**

Como $f'(3\pi/2) = \dfrac{-\operatorname{sen}(3\pi/2)}{(+)} = \dfrac{1}{(+)} > 0$, **f es estrictamente creciente** ($\nearrow$) **en $(\pi,2\pi)$.**

Por definición **$x = -\pi$ es un mínimo relativo de la gráfica de f y vale** $f(-\pi) = \dfrac{\cos(-\pi)}{2+\cos(-\pi)}$ **= -1/(2-1) = -1.**

Por definición **$x = 0$ es un máximo relativo de la gráfica de f y vale** $f(0) = \dfrac{\cos(0)}{2+\cos(0)}$ **= 1/(2+1) = 1/3.**

Por definición **$x = \pi$ es un mínimo relativo de la gráfica de f y vale** $f(\pi) = \dfrac{\cos(\pi)}{2+\cos(\pi)}$ **= -1/(2-1) = -1.**

## Ejercicio 2 opción A, Suplente Septiembre 2019 (modelo 5)

Sea f la función definida por $f(x) = \dfrac{x^4}{x^2-1}$ para $x \ne 1, -1$.

a) [2 puntos] Halla todas las funciones primitivas de f.
b) [0'5 puntos] Calcula la primitiva que pasa por (2, 0).

### Solución

Sea f la función definida por $f(x) = \dfrac{x^4}{x^2-1}$ para $x \ne 1, -1$.

a)
Halla todas las funciones primitivas de f.

Es un integral racional, y como el numerador es de grado mayor o igual que el denominador tengo que realizar la división entera primero:

$$\begin{array}{l|l} x^4 & x^2-1 \\ \cline{2-2} \underline{-x^4+x^2} & x^2+1 \\ \underline{\quad x^2} & \\ \quad -x^2+1 & \\ \qquad 1 & \end{array}$$

Las primitivas F(x) de f(x) son:

$$F(x) = \int \frac{x^4}{x^2-1}dx = \int (\text{Cociente})dx + \int \frac{\text{Resto}}{\text{Divisor}}dx = \int (x^2+1)dx + \int \frac{1}{x^2-1}dx = \frac{x^3}{3} + x + I_1$$

$$I_1 = \int \frac{1}{x^2-1}\cdot dx = \int \frac{1}{(x+1)(x-1)}\cdot dx = \{\text{Raices } \pm\ -1\} = \int \frac{A}{x+1}dx + \int \frac{B}{x-1}dx = A\cdot\ln|x+1| + B\cdot\ln|x-1| + = \{++\} =$$

$$= \frac{-1}{2}\cdot\ln|x+1| + \frac{1}{2}\cdot\ln|x-1|$$

{++} Calculamos A y B

$$\frac{1}{(x+1)(x-1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1} = \frac{A(x-1)+B(x+1)}{(x+1)(x-1)}$$

Igualando numeradores:

1 = A(x-1) + B(x+1). Sustituimos “x” por el valor de las raíces del denominador.

Para x = -1, tenemos 1 = -2A, de donde A = -1/2.
Para x = 1, tenemos 1 = 2B, de donde B = -1/2.

**Luego todas las primitivas de f son:** $F(x) = \int \frac{x^4}{x^2-1}dx = \frac{x^3}{3} + x + I_1 = \frac{x^3}{3} + x - \frac{1}{2}\cdot\ln|x+1| + \frac{1}{2}\cdot\ln|x-1| + K$

b)
Calcula la primitiva que pasa por (2, 0).

Me están pidiendo que calcule K con F(2) = 0.

De $F(2) = 0 = \frac{2^3}{3} + 2 - \frac{1}{2}\cdot\ln|2+1| + \frac{1}{2}\cdot\ln|2-1| + K = \frac{14}{3} - \frac{1}{2}\cdot\ln(3) + K$, tenemos $K = \frac{1}{2}\cdot\ln(3) - \frac{14}{3}$, luego **la primitiva pedida es:** $F_1(x) = \frac{x^3}{3} + x - \frac{1}{2}\cdot\ln|x+1| + \frac{1}{2}\cdot\ln|x-1| + \frac{1}{2}\cdot\ln(3) - \frac{14}{3}$

## Ejercicio 3 opción A, Suplente Septiembre 2019 (modelo 5)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ de la que se sabe que tiene determinante 5.

(a) [1’75 puntos] Calcula, indicando las propiedades que utilices, los determinantes de las matrices siguientes: 3A y $\begin{pmatrix} 2a & d+3a & g \\ 2b & e+3b & h \\ 2c & f+3c & i \end{pmatrix}$.

(b) [0’75 puntos] Si B es otra matriz cuadrada de orden 3 y tiene determinante 4, calcula, indicando también las propiedades que utilices, el determinante de la matriz $BA^{-1}$.

### Solución

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ de la que se sabe que tiene determinante 5.

(a)
Calcula, indicando las propiedades que utilices, los determinantes de las matrices siguientes: 3A y
$\begin{pmatrix} 2a & d+3a & g \\ 2b & e+3b & h \\ 2c & f+3c & i \end{pmatrix}$.

Tenemos det(3A) = (i) = $3^3\cdot$det(A) = 27·5 = 135.

Tenemos $\begin{vmatrix} 2a & d+3a & g \\ 2b & e+3b & h \\ 2c & f+3c & i \end{vmatrix}$ = (ii) = $\begin{vmatrix} 2a & 2b & 2c \\ d+3a & e+3b & f+3c \\ g & h & i \end{vmatrix}$ = (iv) = $\begin{vmatrix} 2a & 2b & 2c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2a & 2b & 2c \\ 3a & 3b & 3c \\ g & h & i \end{vmatrix}$ = (iii y v) =

$= 2\cdot\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} + 0 = 2\cdot 5 = 10.$

(b)
Si B es otra matriz cuadrada de orden 3 y tiene determinante 4, calcula, indicando también las propiedades que utilices, el determinante de la matriz $BA^{-1}$.

$\det(BA^{-1})$ = (vi) = $\det(B)\cdot\det(A^{-1})$ = (v) = $\det(B)\cdot[1/\det(A)] = 4\cdot(1/5) = 4/5$.

Propiedades usadas:
(i) Sabemos que $\det(k\cdot A_n) = (k)^n\cdot\det(A_n)$.
(ii) Sabemos que $\det(A) = \det(A^t)$.
(iii) Si una fila (columna) de un determinante esta multiplicada por un número, dicho número sale fuera multiplicando a todo el determinante.
(iv) Si una fila (columna) un determinante es suma de dos sumandos, dicho determinante se puede descomponer en suma de dos determinantes colocando en dicha fila (columna) el premier y segundo sumando respectivamente.
(v) Si A y B son matrices cuadradas del mismo orden entonces $\det(A\cdot B) = \det(A)\cdot\det(B)$.
(vi) $\det(A^{-1}) = 1/\det(A)$.

## Ejercicio 4 opción A, Suplente Septiembre 2019 (modelo 5)

Sea “r” la recta que pasa por el punto P(2,-2,-1) con vector director **v** = (k,3+k,-2k) y sea $\pi$ el plano de ecuación $-x + 2y + 2z - 1 = 0$.
(a) [0’5 puntos] Calcula el valor de k para que “r” sea paralela a $\pi$.
(b) [0’5 puntos] Calcula el valor de k para que “r” sea perpendicular a $\pi$.
(c) [1’5 puntos] Para k = -1, calcula los puntos de “r” que distan 3 unidades de $\pi$.

### Solución

Sea “r” la recta que pasa por el punto P(2,-2,-1) con vector director **v** = (k,3+k,-2k) y sea $\pi$ el plano de ecuación $-x + 2y + 2z - 1 = 0$.
(a)
Calcula el valor de k para que “r” sea paralela a $\pi$.

Para que “r” sea paralelo a $\pi$, el vector director de “r”, **v** = (k,3+k,-2k), tiene que ser perpendicular al vector normal de $\pi$, **n** = (-1,2,2) es decir **v•n** = 0, donde • es el producto escalar de dos vectores.

**v•n** = 0 = (k,3+k,-2k)•(-1,2,2) = -k + 6 + 2k - 4k = 0 = -3k + 6 = 0, **de donde k = 2 para que “r” sea paralela a $\pi$.**
(b)
Calcula el valor de k para que “r” sea perpendicular a $\pi$.

Para que “r” sea perpendicular a $\pi$, el vector director de “r”, **v** = (k,3+k,-2k), tiene que ser paralelo al vector normal de $\pi$, **n** = (-1,2,2) es decir sus coordenadas han de ser proporcionales:
Tenemos $\frac{k}{-1} = \frac{3+k}{2} = \frac{-2k}{2}$, es decir $\frac{k}{-1} = \frac{3+k}{2}$, y multiplicando en cruz tenemos $2k = -3-k$, de donde resulta $3k = -3$, **por tanto k = -1 para que “r” sea perpendicular a $\pi$.**
(c)
Para k = -1, calcula los puntos de “r” que distan 3 unidades de $\pi$.

Para k = -1, en la recta “r” tenemos el punto P(2,-2,-1) con vector director **v** = (-1,2,2), por tanto un punto genérico de “r” es X(2 - b, -2 + 2b, -1 + 2b).

Me están pidiendo d(r, $\pi$). En el apartado (a) vimos que para k = -1, “r” y $\pi$ eran paralelos, por tanto la distancia dr “r” a $\pi$ es la distancia de un punto cualquiera de “r” a $\pi$, es decir:

$d(r, \pi) = d(P, \pi) = \dfrac{|-2+b-4+4b-2+4b-1|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = \dfrac{|-9+9b|}{\sqrt{9}}$. Como dicen que $d(r, \pi) = 3$, tenemos $\dfrac{|-9+9b|}{3} = 3$, es decir la ecuación en valor absoluto $|-9+9b| = 9$, que nos proporciona dos ecuaciones de primer grado:

$+(-9+9b) = 9 \rightarrow 9b = 18 \rightarrow b = 2$, punto $X_1(2 – (2), -2 + 2(2), -1 + 2(2)) = X_1(0, 2, 3)$.

$-(-9+9b) = 9 \rightarrow -9b = 0 \rightarrow b = 0/9 = 0$, punto $X_2(2 - (0), -2 + 2(0), -1 + 2(0)) = X_2(2, -2, -1)$.

**Para k = -1, calcula los puntos de "r" que distan 3 unidades de $\pi$ son: $X_1(0, 2, 3)$ y $X_2(2, -2, -1)$.**

## Opción B

### Ejercicio 1 opción B, Suplente Septiembre 2019 (modelo 5)

[2'5 puntos] Se sabe que la gráfica de la función $f : R \rightarrow R$ dada por $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ tiene un punto de inflexión para $x = 1$ y que la ecuación de la recta tangente a dicha gráfica en ese punto es $y = -6x + 6$. Calcula a, b y c.

### Solución

Se sabe que la gráfica de la función $f : R \rightarrow R$ dada por $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ tiene un punto de inflexión para $x = 1$ y que la ecuación de la recta tangente a dicha gráfica en ese punto es $y = -6x + 6$. Calcula a, b y c.

Como $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ tiene un punto de inflexión para $x = 1$, luego tenemos **$f''(1) = 0$**, como ecuación de la recta tangente a dicha gráfica en ese punto ($x = 1$) es $y = -6x - 6$, tenemos **$f'(1) =$** $y'$ **$= -6$**, y además **$f(1) =$** $y(1) = -6(1) + 6$ **$= 0$.**

Tenemos:

$f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$
$f'(x) = 6x^2 + 2ax + b$
$f''(x) = 12x + 2a$

De $f''(1) = 0$ tenemos $0 = 12 + 2a$, luego **$a = - 6$.**
De $f'(1) = -6$ tenemos $-6 = 6 - 12(1) + b$, luego **$b = 0$.**
De $f(1) = 0$ tenemos $0 = 2 - 6(1) + 0 + c$, luego **$c = 4$.**

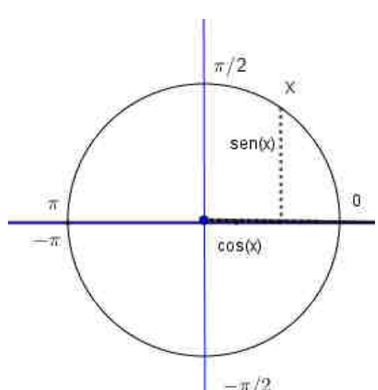
### Ejercicio 2 opción B, Suplente Septiembre 2019 (modelo 5)

Considera las funciones $f, g: [-\pi, \pi] \rightarrow R$ definidas por $f(x) = \cos(x)$ y $g(x) = \text{sen}(x)$.
(a) [1 punto] Esboza sus gráficas en unos mismos ejes coordenados y calcula sus puntos de corte.
(b) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g en el intervalo $[-3\pi/4, \pi/4]$.

### Solución

Considera las funciones $f, g: [-\pi, \pi] \rightarrow R$ definidas por $f(x) = \cos(x)$ y $g(x) = \text{sen}(x)$.
(a)
Esboza sus gráficas en unos mismos ejes coordenados y calcula sus puntos de corte.

Sabemos que en la circunferencia goniométrica el *seno* es la *ordenada* y el *coseno* la *abscisa*. Véase la siguiente figura.

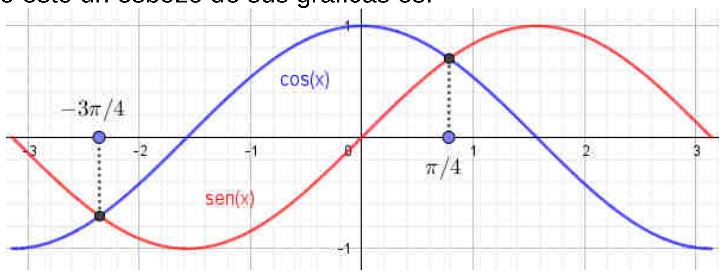



Sabemos que las funciones sen y cos son continuas y derivables en todo R, periódicas de periodo $2\pi$.

Sabemos que sen(0) = 0 = sen(-$\pi$2) = sen(+$\pi$), sen(- $\pi$/2) = -1, sen($\pi$/2) = 1. El "sen" crece en el I y IV cuadrante y decrece en el II y III.
Sabemos que cos(0) = 1, cos(-$\pi$) = cos(+$\pi$) = -1, cos(- $\pi$/2) = 0, cos($\pi$/2) = 0. El "cos" crece en el III y IV cuadrante y decrece en el I y II.

Calculamos los puntos donde coinciden, es decir resolvemos la ecuación: cos(x) = sen(x). Dividiendo todo por sen(x), tenemos tg(x) = 1, es decir las soluciones están en la bisectriz y = x porque artg(x) = $\pi$/4, luego las soluciones de tg(x) = 1 son x = $\pi$/4 + k·$\pi$, con k $\in$ Z. Las soluciones que nos interesan son las que están en [-$\pi$,$\pi$], que son x = -3$\pi$/4 y x = $\pi$/4.

Teniendo en cuenta todo esto un esbozo de sus gráficas es:




(b)
Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g en el intervalo [-3$\pi$/4, $\pi$/4].

Teniendo en cuenta la figura anterior:
**Área =** $\int_{-3\pi/4}^{\pi/4}$ (cos(x) - sen(x) )dx = $[\text{sen}(x) + \cos(x)]_{-3\pi/4}^{\pi/4}$ =
= ( sen($\pi$/4) + cos($\pi$/4) ) – (sen(-3$\pi$/4) + cos(-3$\pi$/4) ) = ($\sqrt{2}$)/2 + ($\sqrt{2}$)/2 - ( -($\sqrt{2}$)/2 - ($\sqrt{2}$)/2 ) u$^2$ **= 2($\sqrt{2}$) u$^2$.**

## Ejercicio 3 opción B, Suplente Septiembre 2019 (modelo 5)

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

(a) [1'5 puntos ] Encuentra los valores de "a" parar los que el sistema dado por AX = 2X tiene infinitas soluciones.
(b) [1 punto] Para "a = 0", si es posible, resuelve AX = 2X.

### Solución

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

(a)
Encuentra los valores de "a" parar los que el sistema dado por AX = 2X tiene infinitas soluciones.

De AX = 2X $\rightarrow$ AX - 2X = O $\rightarrow$ (A – 2I$_3$)X = O $\rightarrow$ BX = O, con B = (A – 2I$_3$).

El sistema tiene infinitas soluciones si det(B) = 0, puesto que BX = O es un sistema homogéneo.

Tenemos $B = A - 2I_3 = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix} - 2\cdot\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-2 & 1 & 1 \\ 1 & a-2 & 1 \\ 1 & 1 & a-2 \end{pmatrix}$

det(B) = det(A – 2I$_3$) = | A – 2I$_3$| =

$$= \begin{vmatrix} a-2 & 1 & 1 \\ 1 & a-2 & 1 \\ 1 & 1 & a-2 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ \\ F_1+F_2+F_3 \end{matrix} = \begin{vmatrix} a-2 & 1 & 1 \\ 1 & a-2 & 1 \\ a & a & a \end{vmatrix} = a\cdot\begin{vmatrix} a-2 & 1 & 1 \\ 1 & a-2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} F_1-F_3 \\ F_2-F_3 \\ \phantom{x} \end{matrix} = a\cdot\begin{vmatrix} a-3 & 0 & 0 \\ 0 & a-3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} \text{Adjuntos} \\ \text{segunda} \\ \text{fila} \end{matrix} = a\cdot(a-3)(a-3).$$

Si det(B) = 0 tenemos a·(a-3)(a-3) = 0, de donde a = 0 y a = 3 (doble).

**Si a = 0 y a = 3 (doble), det(B) = det(A – 2I$_3$) = 0 y el sistema AX = 2X tiene infinitas soluciones.**
(b)
Para "a = 0", si es posible, resuelve AX = 2X.

Hemos visto en el apartado (a) que si "a = 0", rango(A) = rango(A*) < 3, luego el sistema AX = 2X tiene infinitas soluciones.

El sistema AX = 2X se reduce a BX = O, es decir $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \approx \begin{cases} -2x + y + z = 0 \\ x - 2y + z = 0 \\ x + y - 2z = 0 \end{cases}$

Por tener rango 2 utilizamos sólo dos ecuaciones (las dos últimas)

$\begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ x + y - 2z = 0 \quad (F_2\text{-}F_1) \end{cases} \approx \begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ \quad 3y - 3z = 0 \end{cases}$, de donde **y = z = m** $\in$ R. Entrando en la primera ecuación tenemos x – 2m + m = 0, de donde **x = m**, y l**a solución del sistema es (x, y, z) = (m, m, m), con m $\in$ R.**

**Ejercicio 4 opción B, Suplente Septiembre 2019 (modelo 5)**

Considera el punto P(-5,3,1) y sea la recta $r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

a) [1 punto] Halla la ecuación general del plano que pasa por P y contiene a r.
b) [1'5 puntos] Calcula la ecuación de la recta que pasa por P y corta perpendicularmente a de r.

**Solución**

Considera el punto P(-5,3,1) y sea la recta $r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

a)
Halla la ecuación general del plano que pasa por P y contiene a r.

Para un plano necesitamos un punto, el P(-5, 3, 1) y dos vectores independientes el **u** = (2,2,-1), vector director de la recta "r", y el **PA** = (5, 0, 1), con A(0, 3, 2) punto de la recta.

Plano $\pi \equiv \det(\mathbf{PX},\mathbf{PA},\mathbf{u}) = 0 = \begin{vmatrix} x+5 & y-3 & z-1 \\ 5 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix}$ Adjuntos primera fila $= (x+5)(0-2) - (y-3)(-5-2) + (z-1)(10-0) =$

$= -2x – 10 + 7y – 21 + 10z – 10 = -2x + 7y + 10z + (-10-21-10)$ **= -2x + 7y + 10z – 41 = 0.**

b)
Calcula la ecuación de la recta que pasa por P y corta perpendicularmente a de "r".

Calculamos la proyección ortogonal M, de P sobre "r". La recta "s" pedida es la que pasa por los puntos P y M. Para "s" punto P y vector **PM**.

Para calcular la proyección ortogonal M, de P(-5,3,1) sobre "r", obtenemos el plano "$\pi_1$" perpendicular a la recta "r" por el punto P, el vector normal del plano $\mathbf{n_1}$ es el vector director de la recta "r", es decir tenemos $\mathbf{n_1}$ = **u** =(2,2,-1).

$\pi_1 \equiv \mathbf{PX} \bullet \mathbf{n_1} = 0 = (x+5,y-3,z-1)\bullet(2,2,-1) = 2x + 10 + 2y – 6 – z + 1 = 0 = 2x + 2y - z + 5 = 0$, donde $\bullet$ es el producto escalar de dos vectores.

Parar terminar de calcular el punto M (es la proyección) ponemos la recta "r" en su forma vectorial, la sustituimos en el plano "$\pi_1$", determinamos el parámetro "b" y el punto M.
"r"$\equiv$ (x,y,z) = (0+2b, 3+2b, 2-b) con b$\in$ R, sustituyendo la recta en el plano:

Sustituimos r e "$\pi_1$": 2(2b) + 2(3+2b) - (2-b) + 5 = 0 = 9b + 9 = 0 $\rightarrow$ b = -1.

El punto proyección M es M( 2(-1), 3+2(-1), 2-(-1) ) = M(-2, 1, 3).

La recta "s" pedida tiene punto P(-5,3,1) y vector **PM** = (- 2 + 5, 1 - 3, 3 - 1) = (3, -2, 2). Y **la recta pedida en vectorial es:**

**"s"≡ (x,y,z) = (-5 + 3c, 3 - 2c, 1 + 2c) con c $\in$ R.**